

Berechnung der ungefähren Sprunghöhe eines Astronauten auf dem Mond.

Ausgangswerte

Fallbeschleunigung auf der Erde (g_E): $9,81 \text{ m/s}^2$

Fallbeschleunigung auf dem Mond (g_M): $1,64 \text{ m/s}^2$

Annahmen

Masse des Astronauten in Sportbekleidung (m_s) / mit Raumanzug und voller Ausrüstung (m_a): 75 kg / 156 kg

Beschleunigungsstrecke in Sportbekleidung (s_s) / mit Raumanzug und voller Ausrüstung (s_a): 50 cm / 20 cm

Sprungvermögen des Astronauten bezogen auf seinen Körperschwerpunkt (h_s): 52 cm

(Anmerkung: Die Bestmarke des Skispringers Sven Hannawald liegt bei $51,6 \text{ cm}$)

Der Astronaut springt auf der Erde aus dem Stand in Sportbekleidung:

Erforderliche v_0 für einen 52 cm hohen Sprung (aus dem Stand) auf der Erde	$v_0 = \sqrt{h_s \cdot 2 \cdot g_E} = \sqrt{0,52 \text{ m} \cdot 2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 3,19 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
---	--

Beschleunigung (a) auf v_0 über 50 cm . (Hockstellung bis Absprung)	$a = \frac{v_0^2}{2 \cdot s_s} = \frac{\left(3,19 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 0,5 \text{ m}} = 10,18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
---	---

Kraft (F_{b_E}), um die Masse des Astronauten auf v_0 über 50 cm zu beschleunigen.	$F_{b_E} = m_s \cdot a = 75 \text{ kg} \cdot 10,18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 763,5 \text{ N}$
--	---

Kraft (F_{g_E}), um die Erdanziehung zu überwinden	$F_{g_E} = m_s \cdot g_E = 75 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 735,75 \text{ N}$
--	---

Kraft insgesamt (F_{ges})	$F_{ges} = F_{b_E} + F_{g_E} = 763,5 \text{ N} + 735,75 \text{ N} = 1499,25 \text{ N}$
-------------------------------	--

Der Astronaut springt auf dem Mond aus dem Stand in Sportbekleidung (Turnhalle erforderlich):

Kraft (F_{g_M}), um die Mondanziehung zu überwinden	$F_{g_M} = m_s \cdot g_M = 75 \text{ kg} \cdot 1,64 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 123 \text{ N}$
---	--

Verbleibende Kraft (F_{b_M}) für die Beschleunigung	$F_{b_M} = F_{ges} - F_{g_M} = 1499,25 \text{ N} - 123 \text{ N} = 1.376,25 \text{ N}$
---	--

Erreichbare Beschleunigung (a_M)	$a_M = \frac{F_{b_M}}{m_s} = \frac{1.376,25 \text{ N}}{75 \text{ kg}} = 16,58 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
--------------------------------------	--

v_0 beim Absprung	$v_0 = \sqrt{2 \cdot a_M \cdot s_s} = \sqrt{2 \cdot 16,58 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,50 \text{ m}} = 4,07 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
---------------------	---

Erreichbare Sprunghöhe auf dem Mond	$h_M = \frac{v_{0M}^2}{2 \cdot g_M} = \frac{\left(4,07 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 1,64 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5,05 \text{ m}$
-------------------------------------	--

Der Astronaut springt auf dem Mond aus dem Stand mit Raumanzug und voller Ausrüstung:

Kraft (F_{g_M}) um die Mondanziehung zu überwinden	$F_{g_M} = m_A \cdot g_M = 156 \text{ kg} \cdot 1,64 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 255,84 \text{ N}$
--	--

Verbleibende Kraft (F_{b_M}) für die Beschleunigung	$F_{b_M} = F_{ges} - F_{g_M} = 1.499,25N - 255,84N = 1.243,41N$
Erreichbare Beschleunigung (a_M)	$a_M = \frac{F_{b_M}}{m_S} = \frac{1.243,41N}{156kg} = 7,97 \frac{m}{s^2}$
v_0 beim Absprung	$v_0 = \sqrt{2 \cdot a_M \cdot s_S} = \sqrt{2 \cdot 7,97 \frac{m}{s^2} \cdot 0,2m} = 1,79 \frac{m}{s}$
Maximal erreichbare Sprunghöhe auf dem Mond für einen Astronauten im Raumanzug	$h_M = \frac{v_0^2}{2 \cdot g_M} = \frac{\left(1,79 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 1,64 \frac{m}{s^2}} = 0,98m$
Eine Verringerung der Anziehungskraft kann bei Sprunghöhen unter 10 m unberücksichtigt bleiben! Wie hoch müsste man sich über der Oberfläche befinden, damit die Anziehungskraft sich um 1% verringert?	
x ist der Faktor der Änderung. r_0 ist der Radius des Himmelskörpers h die Höhe über der Oberfläche	$x = \left(\frac{r_0}{r_0 + h}\right)^2$ nach h umgestellt $h = \frac{r_0}{\sqrt{x}} - r_0$
In welcher Höhe (h_{E99}) über der Erdoberfläche wird der Astronaut um 1% leichter?	$h_{E99} = \frac{6371km}{\sqrt{0,99}} - 6371km = 32,1km$
In welcher Höhe (h_{M99}) über der Mondoberfläche wird der Astronaut um 1% leichter?	$h_{M99} = \frac{1738km}{\sqrt{0,99}} - 1738km = 8,76km$