

Wie ändert sich die Anziehungskraft auf eine Eisenkugel mit 1 kg Masse auf der Oberfläche fiktiver Himmelskörper abhängig von deren Masse?

Diese Himmelskörper haben folgenden Eigenschaften:

- Die Masse der Himmelskörper ist um ein vielfaches größer als die Masse der Eisenkugel ($>10^6$ kg)
- Die fiktiven Himmelskörper haben die gleiche mittleren Dichte wie unsere Erde.

Ausgehend von diesen Voraussetzungen, kann man folgendes sagen:

| | | |
|---|---|--|
| Da die mittlere Dichte der gegebenen Himmelskörper gleich ist, verhält sich das Volumen proportional zur Masse. | $\frac{V_H}{m_H} = \frac{V_E}{m_E}$ | V_H Volumen des Himmelskörpers m_H Masse des Himmelskörpers V_E Volumen der Erde m_E Masse der Erde |
| Über das Volumen lässt sich nun der Radius der Himmelskörper bestimmen. allgemein: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ Bei gleicher Dichte der Himmelskörper, verhält sich die Änderung des Radius proportional zur dritten Wurzel der Masseänderung. | $V_H = V_E \cdot \frac{m_H}{m_E}$ $\frac{4}{3}\pi \cdot r_H^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot r_E^3 \cdot \frac{m_H}{m_E}$ $r_H = r_E \cdot \sqrt[3]{\frac{m_H}{m_E}}$ | r_H Radius des Himmelskörpers r_E mittlerer Erdradius |
| Allgemeine Formel zur Berechnung der Anziehungskraft (F) | $F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ | m_1, m_2 Massen der Körper r Entfernung der Massenschwerpunkte γ Gravitationskonstante |
| Die Anziehungskraft die auf den Körper (Eisenkugel) auf der Erdoberfläche (F_E) bzw. an der Oberfläche des zu vergleichenden Himmelskörpers (F_H) wirkt: Da der Radius der Eisenkugel um mehrere Millionen mal kleiner ist als die Radien der Erde und der Himmelskörper, kann er vernachlässigt werden. | $F_E = \gamma \frac{m_E \cdot m_K}{r_E^2}$ $F_H = \gamma \frac{m_H \cdot m_K}{r_H^2}$ | m_K Masse eines Körpers (Eisenkugel) |

Das Verhältnis der Anziehungskräfte (x_F):

$$x_F = \frac{F_H}{F_E} = \frac{\gamma \cdot \frac{m_H \cdot m_K}{r_H^2}}{\gamma \cdot \frac{m_E \cdot m_K}{r_E^2}} = \frac{m_H}{m_E} \cdot \frac{r_E^2}{r_H^2} = \frac{m_H}{m_E} \cdot \frac{r_E^2}{\left(r_E \cdot \sqrt[3]{\frac{m_H}{m_E}}\right)^2} = \frac{m_H}{m_E} \cdot \frac{1}{\left(\frac{m_H}{m_E}\right)^{\frac{2}{3}}} = \left(\frac{m_H}{m_E}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{m_H}{m_E}}$$

Die Änderung der Anziehungskraft ist unter den gegebenen Ausgangsbedingungen proportional zur dritten Wurzel aus der Masseänderung.

Wenn sich also die Anziehung halbieren soll, muss die Masse auf 1/8 verringert werden. Wenn die Anziehung sich verdoppeln soll, muss sich die Masse um den Faktor acht erhöhen.